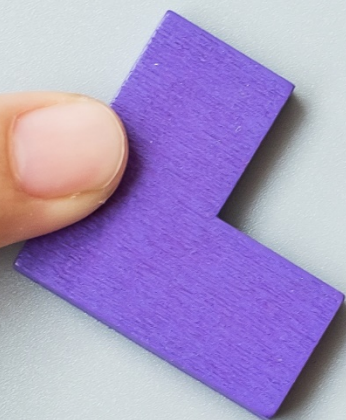




# La logica



# Frasi ed enunciati

La **logica matematica** è un ramo della matematica che studia le regole per effettuare ragionamenti rigorosamente corretti. Si occupa solo di quelle **frasi** per le quali è possibile affermare, senza ombra di dubbio, se sono **vere** o **false**. Tali frasi sono dette **enunciati** o **proposizioni**.

**Sono enunciati** le frasi:

- *La capra è un erbivoro.* (vera)
- *In un anno ci sono dieci mesi.* (falsa)

**Non sono enunciati** le frasi:

- *Mi presti la penna?*
- *Dammi il libro!*

Nel linguaggio matematico possiamo unire fra loro due o più enunciati semplici utilizzando le congiunzioni **e**, **o** oppure possiamo ottenere nuovi enunciati negando quelli dati con l'avverbio **non**.

Le particelle **e**, **o**, **non** sono detti **connettivi logici** e l'operazione che unisce fra loro due enunciati tramite un connettivo è detta **operazione logica**.

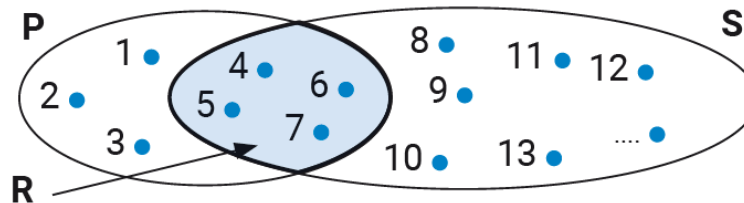
# I connettivi logici *e*, *o*, *non*

## IL CONNETTIVO “*e*” E L’OPERAZIONE DI CONGIUNZIONE

La **congiunzione** di due enunciati  $p$  e  $q$  è l’enunciato  $p \wedge q$  che è vero solo quando  $p$  e  $q$  sono entrambi veri.

$p$	$q$	$p \wedge q$
V	V	V
F	V	F
V	F	F
F	F	F

La **congiunzione logica** corrisponde all’operazione di **intersezione** tra due insiemi.



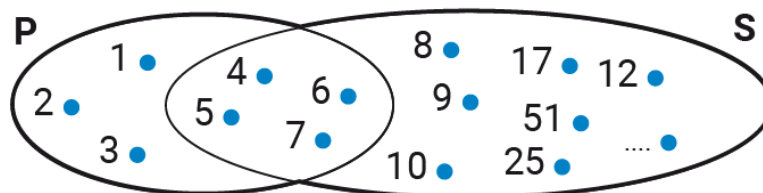
# I connettivi logici *e*, *o*, *non*

## IL CONNETTIVO “*o*” E L’OPERAZIONE DI DISGIUNZIONE

La **disgiunzione** di due enunciati  $p$  e  $q$  è l’enunciato  $p \vee q$  che è falso solo quando  $p$  e  $q$  sono entrambi falsi.

$p$	$q$	$p \vee q$
V	V	V
F	V	V
V	F	V
F	F	F

La **disgiunzione** corrisponde all’operazione di **unione** tra due insiemi.



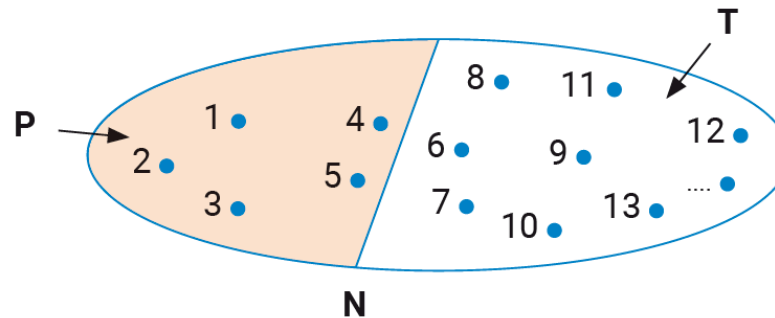
# I connettivi logici *e*, *o*, *non*

## IL CONNETTIVO “*non*” E L’OPERAZIONE DI NEGAZIONE

La **negazione** di un enunciato  $p$  è l’enunciato  $\neg p$  che è falso se  $p$  è vero, ed è vero se  $p$  è falso.

$p$	$\neg p$
V	F
F	V

La **negazione** è analoga all’**insieme complementare** di un insieme dato.



Negare che tutti gli elementi di un insieme godono di una proprietà significa dire che esiste almeno un elemento di quell’insieme che non gode di quella proprietà.

# L'implicazione, la deduzione logica e la doppia implicazione

Oltre che con “**e**”, “**o**”, “**non**”, gli enunciati possono essere uniti anche con altri connettivi. Uno di questi, “**se ... allora ...**”, è importante perché di solito i ragionamenti sono espressi in questa forma.

Consideriamo gli enunciati:

$p$ : *Oggi c'è il sole*

$q$ : *Vado al mare*

L'enunciato composto **se  $p$  allora  $q$**  si scrive  $p \Rightarrow q$ :

- il simbolo  $\Rightarrow$  indica l'**implicazione**;
- $p$  è la **premessa** e  $q$  è la **conseguenza**.

In matematica sono molto importanti le implicazioni in cui sia la premessa sia la conseguenza sono vere e vi è un legame di causa effetto. Se  $p$  e  $q$  sono vere allora  $p \Rightarrow q$  è una **deduzione logica**.

Quando invece succede che:

$$p \Rightarrow q \quad \text{e} \quad q \Rightarrow p$$

si ha una **doppia implicazione** che si indica con la scrittura:

$$p \Leftrightarrow q \quad \text{e si legge} \quad p \text{ se e solo se } q$$